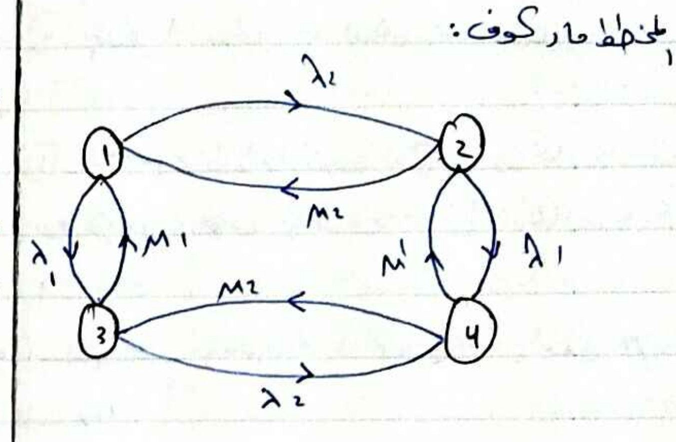
4- 4 ← 1 : 1 معطل 2 ، 1 معطل 2 غير ممكن .

4 ← 2 : 1 معطل 2 أي μ_1 .

4 ← 3 : 1 صالح 2 أي μ_2 .

المخطط ماركوف :



مصفوفة الانتقال

الجدول :

	1	2	3	4
1	$-(\lambda_2+\lambda_1)$	λ_2	λ_1	0
2	μ_2	$-(\mu_2+\lambda_1)$	0	λ_1
3	μ_1	0	$-(\mu_1+\lambda_2)$	λ_2
4	0	μ_1	μ_2	$-(\mu_1+\mu_2)$

وظيفة : ما هي احتمالات انتظام هو رسم مخطط ماركوف ؟

النمذجة الرياضية مع معادلات تراجعية (فيبوناتشي) :

مثال : نفرض أنه لدينا أبجدية مكونة من حرفين فقط ٨ و ٧ وقواعد هذه اللغة سهلة جداً حيث أنه لا يجوز للكلمة أن تحتوي على حرفين متتاليين من النمط ٨ . ونرمز بالرمز F_n للدلالة على عدد الكلمات المكونة من n حرفاً في هذه الأبجدية ولنوجد العلاقة التي نستطيع من خلالها تعيين F_n .

نلاحظ أنه من أجل الكلمات المكونة من حرف واحد $F_1 = 2$ ٨،٧ أما من أجل الكلمات المكونة من حرفين $F_2 = 3$: ٧٧، ٧٨، ٨٧ ، ٨٨ لا يمكن حسب الملاحظة أعلاه ٨ لا تتكرر .

ومن أجل الكلمات المكونة من ثلاثة أحرف .

F_3 = ٧٧٧ ، ٧٧٨ ، ٧٨٧ ، ٨٧٧ ، ٨٧٨ = 5

F_4 = ٧٧٧٧ ، ٧٧٧٨ ، ٧٧٨٧ ، ٧٨٧٧ ، ٨٧٧٧ ، ٧٨٧٨ ، ٨٧٨٧ ، ٨٧٧٨

$$F_n = \begin{cases} 2 ; & n = 1 \\ 3 ; & n = 2 \\ F_{n-2} + F_{n-1} & n \geq 3 \end{cases}$$

نلاحظ أن كل ب F_n يلزم معرفة F_{n-2} , F_{n-1}

لذا ما هي القاعدة العامة لحساب F_n من أعلاه:

تعريف:

تسمى متتالية أعداد فيبوناتشي المتتالية F_n المعرفة بالعلاقة التركيبية التالية:

$$F_n = \begin{cases} 1 ; & n = 1 \\ 1 ; & n = 2 \\ F_{n-2} + F_{n-1} ; & n \geq 3 \end{cases}$$

من الواضح أن عدد الكلمات في أي جديد في المثال السابق تحقق متتالية فيبوناتشي. ولكن بشروط بدء مختلفة، نلاحظ من العلاقة الأخيرة أنه لا نستطيع حساب أي حد من حدود المتتالية F_n ألا بمعرفة الحدين السابقين: والمعرفة الحد F_{10} فإنه يفترض من أنه يكون قد حسبنا حساب كل من F_9 , F_8 وهكذا!! فماذا عن F_{100} ؟؟ أو عن حدود المتتالية ذات الدلالة الكبيرة:

- ان المعادلة التي تولد لنا أعداد فيبوناتشي عبارة عن معادلة فرقية خطية ومتجانسة من الدرجة الثانية.

وبالتالي نستطيع ايجاد الحل التحليلي:
وبالتالي يمكن ايجاد أي حد من حدود المتتالية F_n دون أي معرفة مسبقة لبقية الحدود:

مثال: لنكتب معادلة فيبوناتشي بالشكل التالي

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \Rightarrow$$

$$F_{n+2} - F_{n+1} - F_n = 0$$

والمعادلة المميزة لهذه المعادلة هي:

$$\lambda^2 - \lambda - 1 = 0$$

الحل:

$$\Delta = b^2 - 4a.c$$

$$1 - 4(-1) = 1 + 4 = 5$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{5}$$

$$\lambda_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} , \quad \lambda_2 = \frac{1 \mp \sqrt{5}}{2} \quad \left(\frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a}\right)$$

وبالتالي فإن الحل التحليلي لمعادلة فيبوناتشي هو

$$F_n = C_1 \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + C_2 \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

مثلاً

$$F_{100} = C_1 (\quad)^{100} + C_1 (\quad)^{100}$$

وبايجاد الثوابت C_1, C_2 نستطيع حساب F_n

وظيفة

$F_n = 1 \Leftarrow n = 1$

$F_n = 1 \Leftarrow n = 2$

$C_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} , C_2 = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$$1 = C_1 \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^1 + C_2 \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^1$$

$$1 = C_1 \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + C_2 \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

/ /

ثم نعوض c_1 , c_2 نحصل على الحل :

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

مثلاً

$$F_{10} = 55$$

تمرين وظيفة: أوجد الحل التحليلي للمعادلة العودية

$$F_n = \begin{cases} 2 & ; \quad n = 1 \\ 3 & ; \quad n = 2 \\ F_{n-2} + F_{n-1} & ; \quad n \geq 3 \end{cases}$$

ثم أوجد من أجل $n = 4$ و $n = 5$.

مثال : لدينا رجل أعمال ميزانيته تحقق العودة الرياضية التالي (الميزانية تقدر بالسنة) .

$$f(n) = \frac{1}{4} f(n-1) + \frac{3}{4} f(n+1) \quad ; \quad n > 0$$

$$f(0) = 0 \quad , \quad f(1) = 1$$

والمطلوب إيجاد الصيغة النهائية التي تعبر عن الميزانية في السنة .